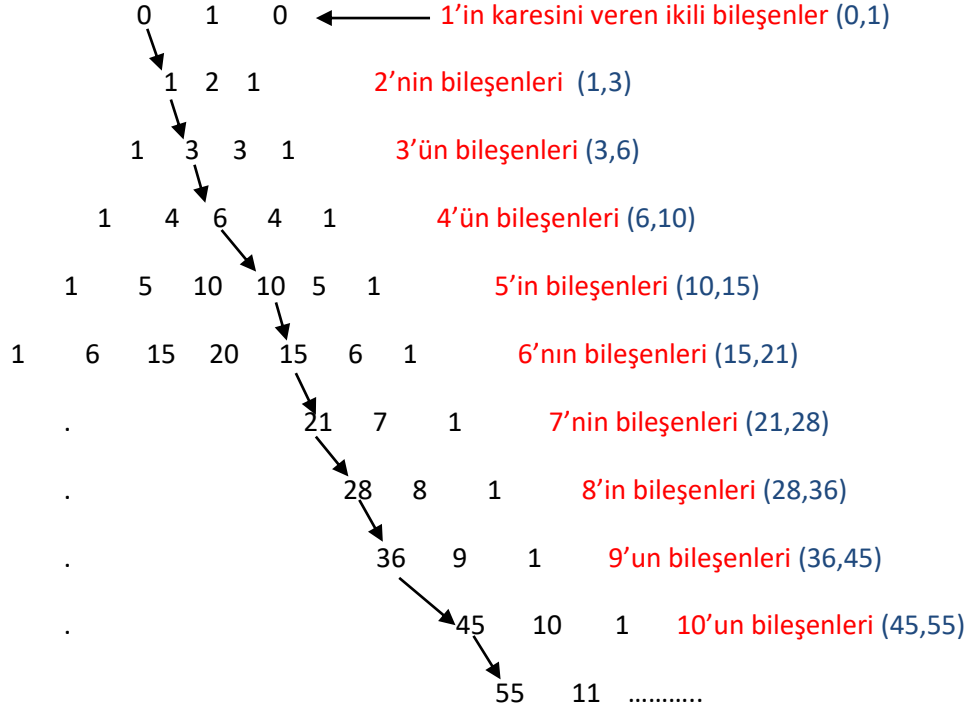
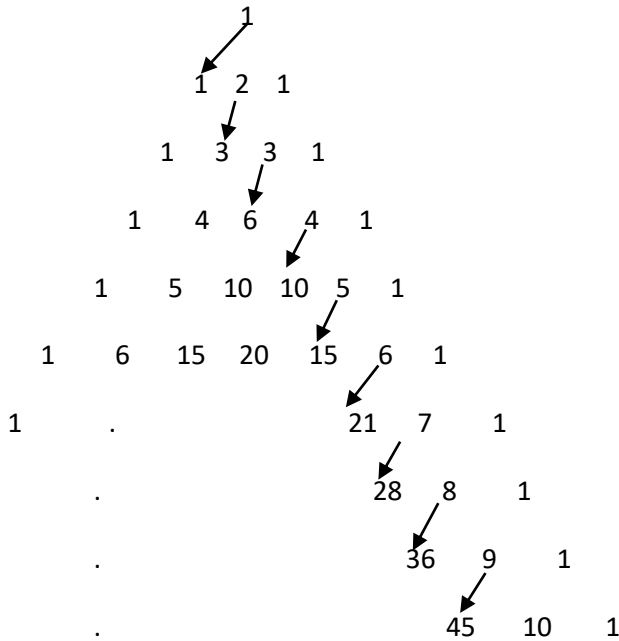


Pascal (Hayyam) Üçgeni ile Çarpma Algoritması

İlk tabloda belirtilen, tüm sayıların karelerini oluşturan ikili grupları yazmak olacaktır. Bu ikililer çarpma istediğimiz sayıların karelerini veren ikililerdir ve bu ikililerin toplamı, seçilen sayıların karelerini vermektedir. Çarpılacak sayıları küçükten büyüğe alırsak, işlem karmaşası olmayacaktır. Aksi takdirde algoritma mantığı değişecektir.



Bu aşamada çarpılan iki sayı arasındaki fark kadar çıkarılacak sayılar aşağıda verilmiştir.



Bu tabloda küçükten büyüğe doğru sayılar seçilebilir. Basit bir örnek olarak, 3 ile 7 sayılarını çarparsak,

İlk tabloda 3'ün karesini veren ikili bileşenler, (3,6)'dır. 7'nin karesini veren bileşenler, (21,28)'dir.

(3,6) ile (21,28)'de ki sayılardan içteki sayıları yok sayıyoruz.Geriye 3 ve 28 kalıyor.Bu iki sayıyı topladığımızda sonuç 31 oluyor.2.nci tabloda üst çaprazda kalan sayılar ele alınan iki sayının arasındaki farkları ok işareti ile gösterilen de 31 sayısından çıkaracağımız sayı olacaktır.3 ile 7 'nin farkı 4 'tür.Onu işaret edilen ok 10 sayısıdır.31-10=21 olarak sonuç yazılacaktır.Bilgisayarların işletim sistemlerinde ve bazı bilimsel amaçlı yazılan programlarda çarpma algoritmaları kullanılmaktadır.Bu üçgende algoritma mevcut bilgisayarların Cpu'sunu zorlayabilir.Ekran kartlarında bulunan ve görüntüyü hesaplayan Gpu mantığında, iyi işlemcilerin gelişmesini sağlayabilir ve belki de farklı programlama sistemleri oluşumunu destekleyebilir.C++,Java,pyhton programlama bunlara örnek olarak verilebilir.Bu algoritma henüz bir program dilinde yazılmamıştır.

İzlenecek Yol

Adım 1- Pascal üçgeni bir programlama dilinde yazılmalı,

Adım 2- Pascal üçgeninde bulunan her sayının karesini veren ikililer tanımı ve konumu yapılmalı,

Adım 3-İşlem yapılırken ilk küçük sayı sonra büyük sayı yazılmalı,

Adım4- Küçük sayının sahip olduğu ikiliden ilki,büyük sayının sahip olduğu ikiliden ikincisi alınıp toplanmalı,

Adım5-Çarpılacak olan iki sayının farkı alınmalı,ve yukarıdaki tablo 2 deki mantıkla bir çıkarma işlemi daha yapılmalı,(Bu durum çarpılacak iki sayı arasındaki farkı baz alıp,Bu fark sayısını oluşturan ikili bulunup,bu ikililerden 2.sayı çıkarılmalıdır.)

Adım6- Sonuç yazılmalı.

A= küçük sayı olsun, B= büyük sayı olsun.

İkililer	sayı
(0,1)	1
(1,3)	2
(3,6)	3
(6,10)	4
(10,15)	5
(15,21)	6

Bu ikililer toplandığında kendine karşılık gelen sayıların karesini vermektedir.

$A \times B = ?$

A ve B sayısı ikilileri aşağıdaki gibi olsun.A'yı ve B'yi oluşturan bileşenlerden birincisi X ikincisi Y olarak tanımlıdır.Bu ikilileri net tanımlamak için ilk bileşeni $A_1, B_1, \dots$ olarak adlandırılır.İkinci bileşenleri ayırmak için $A_2, B_2, \dots$ şeklinde tanımlanır.

A B
(X_{A1}, Y_{A2}) (X_{B1}, Y_{B2})

A sayısı için X_{A1} , B sayısı için Y_{B2} alınıp toplama işlemi yapılır.

$X_{A1} + Y_{B2}$ olur.

(A<B koşulu unutulmamalıdır.Yoksa algoritma mantığı değişir.Başka bir yol izlememiz gerekir.)

A ve B farkı alındığından sonuç bir M sayısı olsun.

$$AxB=(X_{A1}+Y_{B2}) - (A -B)=$$

$$\begin{aligned} 1 &= X_{A1}+Y_{B2} -1 \\ 2 &= X_{A1}+Y_{B2} -3 \\ 3 &= X_{A1}+Y_{B2} -6 \\ 4 &= X_{A1}+Y_{B2} -10 \end{aligned}$$

M'i oluşturan ikililerde(X_{A-B}, Y_{A-B}) olsun, üçgende M'nin ikilisine bakılarak ta 2.nci sayı Yani Y_{A-B} sayısı fark olarak yazılmalıdır.

$$A-B=M, M_{A-B}=(X_{A-B}, Y_{A-B}), M^2=(X_{A-B}+Y_{A-B}), Y_{A-B}=Y_{M2}$$

$$AxB=(X_{A1}+Y_{B2}) - (A -B)= X_{A1}+Y_{B2}-Y_{A-B}$$

$$AxB=X_{A1}+Y_{B2}-Y_{A-B}$$

Eğer 3 ya da daha fazla sayıyı çarpmak istersek önce iki sayı seçilir,Çıkan sonuç diğer sayıdan küçük ise ilk yazılır,büyük ise ikinci sayı olarak adlandırılır ve yukarıda ki mantık uygulanır.Yukarıdaki formülde diyelim ki bir C sayısı daha çarpmamız gerekecek.AxB sonucu C den küçük ise, AxB çarpımının sonucu olan sayı ilk yazılır.Bu sayı T olsun.Bu iki ifadenin farkı N olsun.N in ikinci bileşeni fark ifadesidir.($Y_{N2}=Y_{C-T}$)

$T=AxB=X_{A1}+Y_{B2}-Y_{A-B}$ olacaktır. Bu da sonuç olarak, $TxC=X_{T1}+Y_{C2}-Y_{C-T}$ olacaktır.Mantık sürekli küçük sayıdan büyük sayıya doğru olmalıdır. Bu mantık hiç pascal üçgenine bakılmadan da bulunabilir.AxB' deki iki sayı arasındaki fark $B-A= C$ olsun.A,B ve C sayılarını oluşturan ikili bileşenler öyle bir sayı olsun ki,toplandıklarında ana sayı olan A,B ve C'nin karesini versin,farkları alındığında ise bu sayıların kendisini versin. $Y_{A2} + X_{A1}=A^2$, $Y_{A2} - X_{A1}=A$; $Y_{B2} + X_{B1}=B^2$, $Y_{B2} - X_{B1}=B$; $Y_{C2} + X_{C1}=C^2$, $Y_{C2} - X_{C1}=C$ olur.

Yukarıdaki ifadeleri düzenlediğimizde, $Y_{A2}=\frac{A(A+1)}{2}$ ve $X_{A1}=Y_{A2}-A$, $Y_{B2}=\frac{B(B+1)}{2}$ ve $X_{B1}=Y_{B2}-B$, $Y_{C2}=\frac{C(C+1)}{2}$ ve $X_{C1}=Y_{C2}-C$, bu sonuçlardan A sayısının ilk bileşeni ve B sayısının ikinci bileşenini veren formül ile fark sayısı C'nin ikinci bileşenini veren formüller birleştirilir.Bu formüller yukarıda yazılan ilk ana formül mantığı ile yapılır.Tek fark pascal üçgenini ortaya koymadan işlem yapmaktır.Aşağıdaki formül yukarıda gösterilen kırmızı renkte yazılmış formülün,üçgene bağlı kalmadan da yazılabileceğini de göstermektedir.Bu şekilde veri yoğunluğundan ve karmaşadan da uzak durma sağlanmıştır.

$AxB=(\frac{A(A+1)}{2}-A) + (\frac{B(B+1)}{2}) - (\frac{C(C+1)}{2})$ Üçgende ki çarpma algoritmasının matematiksel formülü bu şekilde yazılmaktadır.

30.05.2018

